NIERÓWNOŚCI KWADRATOWE

1. Rozwiąż nierówność kwadratową.

a) $2x^2 + 5 \geq 7x$

Nierówność należy doprowadzić do postaci $\boldsymbol{ax^2 + bx + c \geq 0}$

$$2x^2 - 7x + 5 \geq 0$$

$$a = 2 \quad b = -7 \quad c = 5$$

$$\boldsymbol{\Delta = b^2 - 4ac}$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 49 - 40 = 9$$

$\boldsymbol{\Delta} > 0$ *czyli są* 2 *miejsca zerowe*

$$\boldsymbol{x_1} = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \boldsymbol{x_2} = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-(-7)-3}{2 \cdot 2} \qquad x_2 = \frac{-(-7)+3}{2 \cdot 2}$$

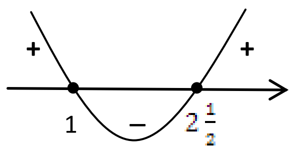
$$x_1 = \frac{4}{4} \qquad x_2 = \frac{10}{4}$$

$$x_1 = 1 \qquad x_2 = 2\frac{1}{2}$$

Rozwiązując <u>nierówność kwadratową</u> zawsze należy narysować <u>parabolę</u> i <u>odczytać</u> z niej <u>rozwiązanie.</u>

$$2x^2 - 7x + 5 \geq \mathbf{0}$$

„+" czyli parabola ma ramiona do góry — *czyli rozwiązań szukamy nad osią i na osi*



Odczytujemy rozwiązanie $\boldsymbol{x} \in (-\infty, \mathbf{1} > \cup < \mathbf{2\frac{1}{2}}, +\infty)$

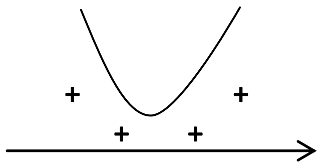
b) $5x^2 + 2x + 1 > 0$

$$a = 5 \quad b = 2 \quad c = 1$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 4 - 20 = -16$$

$\boldsymbol{\Delta} < 0$ *czyli brak miejsc zerowych*

Nierówność kwadratowa, czyli rysujemy parabolę.



$$5x^2 + 2x + 1 > 0$$

„+" czyli parabola ma ramiona do góry — *czyli rozwiązań szukamy nad osią*

Cała parabola leży nad osią, wszędzie ma wartości dodatnie (**+**), czyli rozwiązaniem jest $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}$ *inny zapis* $\boldsymbol{x} \in (-\infty, +\infty)$

Opracował: ***mgr Marek Zając**, Zespół Szkół im. Hugona Kołłątaja w Zawierciu, 2012*

c) $$(x+4)(x-9) \le 0$$

Szukamy miejsc zerowych

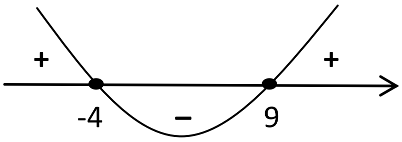
$$x+4=0 \qquad\qquad x-9=0$$

$$x=-4 \qquad\qquad x=9$$

$(x+4)(x-9) \le 0$ *to też jest nierówność kwadratowa, czyli musimy narysować parabolę i oczytać z niej rozwiązanie.*

Po wymnożeniu nawiasów byłoby: $x^2 + \dots\dots\dots\dots \le \mathbf{0}$ *, czyli parabola ma ramiona w górę.*

czyli rozwiązań szukamy pod osią i na osi



Odczytujemy rozwiązanie $\boldsymbol{x} \in < -4, \mathbf{9} >$

d) $$-6x^2 - 12x < 0$$

Można rozwiązywać nierówność wypisując $a=-6$ $b=-12$ $\mathbf{c=0}$ *oraz używając* Δ.

Lepiej jednak (gdy $\mathbf{c=0}$*) wyciągnąć x i liczbę przed nawias:*

$$-6x(x+2) < 0$$

Szukamy miejsc zerowych:

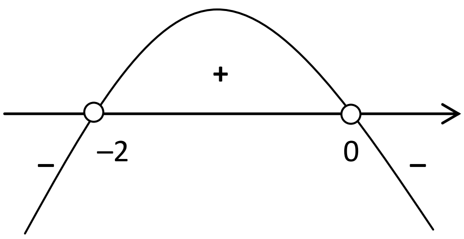
$$-6x=0 \qquad\qquad x+2=0$$

$$x=0 \qquad\qquad x=-2$$

$$-6x^2 - 12x < 0$$

„–" czyli parabola ma ramiona w dół

czyli rozwiązań szukamy pod osią



Odczytujemy rozwiązanie $\boldsymbol{x} \in (-\infty, \mathbf{-2}) \cup (\mathbf{0}, +\infty)$

e) $$3x^2 - 15 < 0$$

Można rozwiązywać nierówność wypisując $a = 3$ $\boldsymbol{b = 0}$ $c = -15$ *oraz używając* Δ.

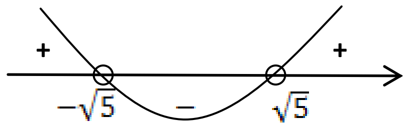
Lepiej jednak (gdy $\boldsymbol{b = 0}$*) obliczyć miejsca zerowe rozwiązując równanie:*

$$3x^2 - 15 = 0$$

$$3x^2 = 15 \ /:3$$

$$x^2 = 5$$

Miejsca zerowe to: $x = \sqrt{5}$ $x = -\sqrt{5}$



Odczytujemy rozwiązanie $\boldsymbol{x \in (-\sqrt{5}, \sqrt{5})}$

Dla sprawdzenia swoich umiejętności proponuję rozwiązać:

f) $-4x^2 - 3x + 10 > 0$ odp. $x \in (-2, 1\frac{1}{4})$

g) $(x-2)(x+6) \geq 0$ odp. $x \in (-\infty, -6 > \cup < 2, +\infty)$

h) $5x^2 + 35x \leq 0$ odp. $\mathrm{x} \in < -7, 0 >$

i) $-\mathrm{x}^2 + \mathrm{x} - 20 < 0$ odp. $\mathrm{x} \in \mathrm{R}$

j) $6x^2 - 24 > 0$ odp. $x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$