# U Z U P E Ł N I E N I E  D O  T A B L I C  M A T U R A L N Y C H
## z  w y j a ś n i e n i a m i

### 1. Wartość bezwzględna

<u>Równanie z wartością bezwzględną</u>

$|\boldsymbol{x}| = \boldsymbol{r}$ $\quad$ $\boldsymbol{r} - \textbf{\textit{liczba dodatnia}}$

$\boldsymbol{2\ rozwiązania}$

$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{r} \qquad \boldsymbol{x} = -\mathbf{r}$

np. $|x-2| = 5$

$x - 2 = 5 \qquad x - 2 = -5$

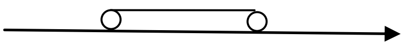
$x = 7 \qquad x = -3$

<u>Nierówności z wartością bezwzględną</u>

*Typ I*

$|\boldsymbol{x}| < r$ $\quad$ $\boldsymbol{r} - \textbf{\textit{liczba dodatnia}}$

$\boldsymbol{x} < r \quad i \quad x > -\mathbf{r}$



np. $|x+1| < 2$

$x + 1 < 2 \quad i \quad x + 1 > -2$

$x < -1 \qquad x > -3$


$x \in (-3, -1)$

*Typ II*

$|\boldsymbol{x}| > r$ $\quad$ $\boldsymbol{r} - \textbf{\textit{liczba dodatnia}}$

$\boldsymbol{x} > r \quad lub \quad x < -\mathbf{r}$

np. $|x-3| > 4$

$x - 3 > 4 \quad lub \quad x - 3 < -4$

$x > 7 \qquad x < -1$


$x \in (-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$

### 2. Potęgi i pierwiastki

$\boldsymbol{a^0 = 1}$

$\boldsymbol{a^{-1} = \frac{1}{a}}$ $\qquad$ np. $2^{-1} = \frac{1}{2}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$ $\qquad$ $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{5}\right)^{4}$

$\sqrt{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{a}^{\frac{1}{2}}$ $\qquad$ $\sqrt[n]{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{a}^{\frac{1}{n}}$ $\qquad$ $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$ $\qquad$ $\sqrt[5]{7} = 7^{\frac{1}{5}}$

$\boldsymbol{a}^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{\boldsymbol{a}}\right)^m$ $\qquad$ $8^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{8^5} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^5 = 2^5 = 32$

$\sqrt{\boldsymbol{ab}} = \sqrt{\boldsymbol{a}} \cdot \sqrt{\boldsymbol{b}}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

## 3. Ciągi

- **Ciąg arytmetyczny**

$\boldsymbol{r = a_2 - a_1}$ $\quad r = a_3 - a_2$ $\quad r = a_{37} - a_{36}$ **r – różnica ciągu arytmetycznego**

$\boldsymbol{r = wyraz\ następny - wyraz}$

np. $1, 4, 7, 11, \ldots$

$r = 4 - 1 = 3$

<u>Własność ciągu arytmetycznego</u>

Jeśli wyrazy $a_1, a_2, a_3$ są wyrazami **ciągu arytmetycznego**, to zachodzi:

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$$

- **Ciąg geometryczny**

$q = \frac{a_2}{a_1}$ $\quad q = \frac{a_3}{a_2}$ $\quad q = \frac{a_{26}}{a_{25}}$ **q – iloraz ciągu geometrycznego**

$q = \frac{wyraz\ następny}{wyraz}$

np. $16, -8, 4, -2, 1 \ldots$

$q = \frac{-8}{16} = -\frac{1}{2}$

<u>Własność ciągu geometrycznego</u>

Jeśli wyrazy $a_1, a_2, a_3$ są wyrazami **ciągu geometrycznego**, to zachodzi:

$$a_2{}^2 = a_1 \cdot a_3$$

## 4. Funkcja liniowa $\quad f(x) = ax + b$

***a* – współczynnik kierunkowy** $\quad$ ***b* to punkt przecięcia prostej z osią Y**

***a* decyduje o monotoniczności funkcji**

Jeśli $a > 0$ to funkcja jest **rosnąca**

**Jeśli** $a < 0$ to funkcja jest **malejąca**

**Jeśli** $a = 0$ to funkcja jest **stała** (wzór ***y = b***)

**<u>Warunek równoległości prostych</u>** $\quad$ **<u>Warunek prostopadłości prostych</u>**

Dwie proste o równaniach $y = a_1x + b_1$ oraz $y = a_2x + b_2$

są **równoległe**, jeśli $a_1 = a_2$

(**współczynniki kierunkowe są te same**)

są **prostopadłe**, jeśli $a_1 \cdot a_2 = -1$

(*wzory w tablicach*)

<u>Lepiej zapamiętać</u>**:** $\quad a_2 = -\frac{1}{a_1}$

(**współczynniki kierunkowe są liczbami odwrotnymi i przeciwnymi**) np. proste równoległe to:

$y = \mathbf{2}x - 17 \;\; i \;\; y = \mathbf{2}x + 6$

$y = -\mathbf{1,3}x + 0{,}7 \;\; i \;\; y = -\mathbf{1,3}x + 1{,}2$

np. proste prostopadłe to:

$y = \mathbf{2}x - 13 \;\; i \;\; y = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}x + 9$

$y = -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}x - 2 \;\; i \;\; y = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}x - 1\frac{1}{2}$

## 5. Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$

***a* decyduje czy parabola ma ramiona w górę(+), czy w dół (-)**

***c* to punkt przecięcia paraboli z osią Y**

**Wzór osi symetrii paraboli *x = p***

$np. \;\; f(x) = -2x^2 + 6x + 5$

$\Delta = 76$

$p = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2\cdot(-2)} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

$q = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{76}{4\cdot(-2)} = \frac{76}{8} = 9\frac{1}{2}$

oś symetrii $\boldsymbol{x} = 1\frac{1}{2}$

zbiór wartości $= (-\infty, 9\frac{1}{2} >$

ramiona paraboli w dół

$\boldsymbol{x^2 = liczba\ dodatnia}$

<u>**2 rozwiązania**</u>

$\boldsymbol{x = \sqrt{ta\ liczba}} \;\; , \;\; \boldsymbol{x = -\sqrt{ta\ liczba}}$

np. $x^2 = 3$

2 rozwiązania

$x = \sqrt{3} \quad x = -\sqrt{3}$

$\boldsymbol{x^2 = liczba\ ujemna}$

<u>**brak rozwiązania**</u>

np. $x^2 = -16$

brak rozwiązania

$\boldsymbol{x^3 = liczba\ ujemna}$

<u>**1 rozwiązanie**</u>

$\boldsymbol{x = \sqrt[3]{ta\ liczba}}$

np. $x^3 = -8$

x$= \sqrt[3]{-8} = -2$

## 6. Logarytmy

$\boldsymbol{log_a 1 = 0}$

$\boldsymbol{log_a a = 1}$

np. $log_5 1 = 0$ bo $5^0 = 1$

$log_7 7 = 1$ bo $7^1 = 7$

7. **Trygonometria**

**sin α = cos (90° – α)** np. sin 17° = cos 73°

**cos α = sin (90° – α)** cos 40° = sin 50°

***UWAGA !*** **W tablicach maturalnych do odczytywania wartości <u>cosinusa</u> służy kąt w <u>ostatniej kolumnie</u>.**

np. cos 20° = 0,9397

$$\boldsymbol{sin^2 \propto = 1 - cos^2 \propto}$$

$$\boldsymbol{cos^2 \propto = 1 - sin^2 \propto}$$

8. **Funkcje**

***<u>Warunki na dziedzinę funkcji:</u>***

- $\boldsymbol{f(x) = \frac{Licznik}{Mianownik}}$ $\boldsymbol{Mianownik \neq 0}$ *np.* $f(x) = \frac{3x^2-5x+2}{2x-8}$

$$\boldsymbol{2x - 8 \neq 0}$$

$$x \neq 4 \qquad \underline{D = R \setminus \{4\}}$$

- $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{Wyrażenie}}$ $\boldsymbol{Wyrażenie \geq 0}$ *np.* $f(x) = \sqrt{10x+5}$

$$\boldsymbol{10x + 5 \geq 0}$$

$$x \geq -\frac{1}{2} \qquad D = \langle -\frac{1}{2}, +\infty)$$

- ***f(x) =*** $\boldsymbol{\frac{Licznik}{\sqrt{Wyrażenie}}}$ $\boldsymbol{Wyrażenie} > 0$ *np.* $f(x) = \frac{-2x+6}{\sqrt{12-4x}}$

$$\boldsymbol{12 - 4x} > 0$$

$$-4x > -12 \ \ /:(-4)$$

$$x < 3 \qquad \underline{D = (-\infty, 3)}$$

***<u>Szukanie punktów przecięcia funkcji z osiami układu współrzędnych:</u>***

- Aby znaleźć **miejsce zerowe funkcji (czyli punkt przecięcia wykresu funkcji z osią X),** podstawiamy do wzoru **f(x)=0** (czyli **y=0**) **i szukamy x.**

- Aby znaleźć **punkt przecięcia wykresu funkcji z osią Y,** podstawiamy do wzoru **x = 0 i szukamy f(x)** (czyli **y**).

np. $f(x) = -4x - 10$

Szukamy miejsca zerowego, czyli **f(x)=0**

$$0 = -4x - 10$$

$$4x = -10$$

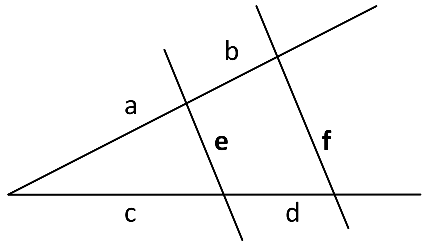
$\underline{x = -2{,}5}$ <u>miejsce zerowe</u>

Szukamy punktu przecięcia z osią Y, czyli **x = 0**

$\underline{f(x) = f(\mathbf{0}) = -4 \cdot \mathbf{0} - 10 = \mathbf{-10}}$ <u>punkt przecięcia wykresu z osią Y</u>

## 9. Planimetria

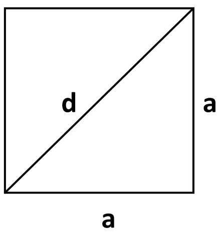
**Twierdzenie Talesa**




$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$  $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$  $\frac{e}{c} = \frac{f}{c+d}$

*ZAPAMIĘTAJ!!!*

**Kwadrat** (jest trapezem, równoległobokiem, rombem i prostokątem – spełnia ich własności)

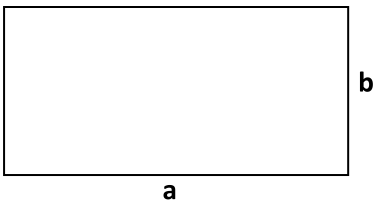



**P = $a^2$**  **P = $\frac{1}{2}\,d^2$**

**Obw = 4 a**

**przekątna kwadratu  d = $a\sqrt{2}$**

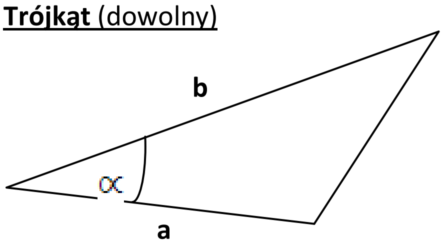
**Prostokąt**




**P = ab**

**Obw =2a +2b**

**Trójkąt** (dowolny)

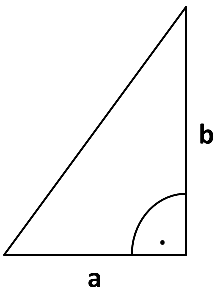



**P = $\frac{1}{2}\,ab\sin\propto$**

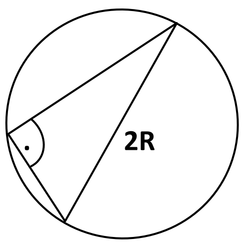
Np.: Oblicz pole trójkąta, którego 2 boki mają długości $10\sqrt{2}cm\ i\ 4\sqrt{6}\ cm$, a kąt między nimi to 30°.

$$P = \frac{1}{2}\cdot 10\sqrt{2}\ \cdot\ 4\sqrt{6}\cdot sin30^o =$$
$$= 5\sqrt{2}\cdot 4\sqrt{6}\cdot\frac{1}{2} = 10\sqrt{12} = 10\sqrt{4\cdot 3} =$$
$$= 20\sqrt{3}$$

**Trójkąt prostokątny**

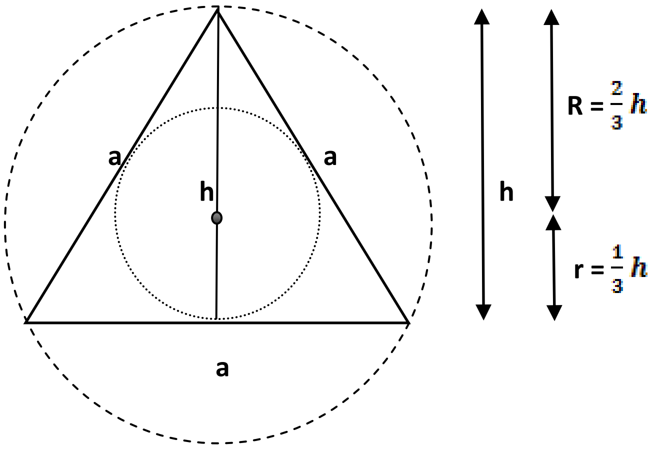



**P = $\frac{1}{2}\,ab$**




**Przeciwprostokątna jest średnicą okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym.** Środek okręgu opisanego leży na środku przeciwprostokątnej.

## Trójkąt równoboczny



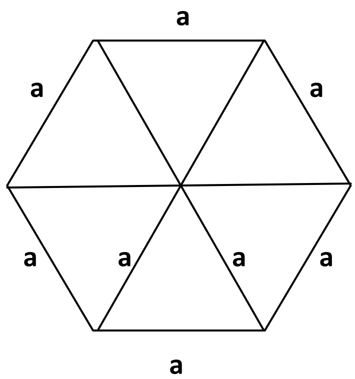

**Środek okręgu** wpisanego i opisanego na trójkącie równobocznym **dzieli** jego **wysokość w stosunku 2 : 1**

R – promień okręgu opisanego
r – promień okręgu wpisanego

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

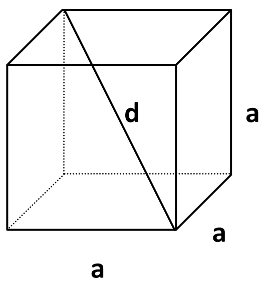
## Sześciokąt foremny (składa się z **6**-ciu **trójkątów równobocznych**)




$$P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

### 10. Stereometria

## Sześcian

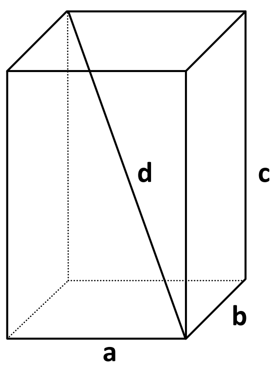



$$P_c = 6\,a^2$$

$$V = a^3$$

**d – przekątna sześcianu** **d =** $a\sqrt{3}$

## Prostopadłościan




**d – przekątna prostopadłościanu** **d =** $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$